



TITLE:

多重度一定の特性帯を持つ一般の偏微分方程式系のLevi条件

AUTHOR(S):

松本, 和一郎

CITATION:

松本, 和一郎. 多重度一定の特性帯を持つ一般の偏微分方程式系のLevi条件. 数理解析研究所講究録 1993, 845: 70-86

ISSUE DATE:

1993-06

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/83616>

RIGHT:

多重度一定の特性帯を持つ一般の 偏微分方程式系の Levi 条件

龍谷大学理工学部 松本和一郎

(Waichiro Matsumoto)

§0. Introduction.

下の Cauchy 問題を考える

$$(1) \begin{cases} \mathcal{P} u \equiv (D_t u - \sum_{|\alpha| \leq \nu} A_\alpha(t, x) D_x^\alpha) u = f(t, x), \\ u(t_0, x) = u_0(x). \end{cases} \quad (\nu \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\})$$

\mathbb{R}^{1+l}
であり. $u(t, x), f(t, x), u_0(x)$ は N -次元ベクトル, $A_\alpha(t, x)$ は $N \times N$ 行列である. Ω は $\mathbb{R}^{1+l}_{t,x}$ の開集合とする. $\nu(t, x)$ は N -次元ベクトル, Ω 上で定義した C^∞ 級関数で成分を持つとす. $\nu(t, x) \in C^\infty(\Omega)$ と略記す. γ . ある集合 G の元で成分を持つ $N \times N$ 行列の全体を $\text{Mat}(N; G)$ とかく. 特に $\text{Mat}(N; G)$ に属し, $\tau = 1$ 逆元を持つ行列の全体を $\text{GL}(N; G)$ とかく. $\Omega_{t_0} = \Omega \cap \{t = t_0\}$, $\Omega_{t_0}^\pm = \Omega \cap \{t \gtrless t_0\}$ とかく. 当面 $A_\alpha(t, x) \in \text{Mat}(N; C^\infty(\Omega))$ とする.

定義 1. (C^∞ well posedness ^{at (t_0, x_0)}) 下の (E) と (U) が成り立つ
 とす. Ω の点 (t_0, x_0) で Cauchy 問題 (1) が 未来に C^∞ well
 posed という。

(E) (Existence) (t_0, x_0) の近傍 \hat{w} があって
 $\forall u_0(x) \in C^\infty(\Omega_{t_0}), \forall f(t, x) \in C^\infty(\Omega)$ に対して
 $u(t, x) \in C^\infty(\hat{w})$ があって $\hat{w}_{t_0}^+$ で
 (1) を満たす。

(U) (Local uniqueness) (t_0, x_0) の任意の近傍 w
 に対してある (t_0, x_0) の近傍 $w' \subset w$ があって.
 $u_0 = 0$ in w_{t_0} かつ $f = 0$ in w ならば (1) の
 解 u は $w_{t_0}^+$ で 0 である。

“過去に C^∞ well posed” も $\hat{w}_{t_0}^+, w_{t_0}^+$ を $\hat{w}_{t_0}^-, w_{t_0}^-$
 に置きかえて定義した。

定義 2. (C^∞ well posedness in Ω) Cauchy 問題 (1) が
 Ω の各点 (t_0, x_0) で 未来に (過去に) C^∞ well posed の
 とす. (1) は Ω で 未来に (過去に) C^∞ well posed という。
 特に Ω において 未来にも過去にも C^∞ well posed の時.
 単に Ω で C^∞ well posed という。

(1) Ω で C^∞ well posed と仮定する。この $P(t, x, D_t, D_x)$ に対する条件を Levi 条件という。比較のために高階単独方程式の場合の結果をまとめておく。

$$P(t, x, D_t, D_x) = D_t^m + \sum_{\substack{|\alpha| \leq m \\ 1 \leq j \leq m}} a_{\alpha j}(t, x) D_x^\alpha D_t^{m-j} \quad (a_{\alpha j} \in C^\infty(\Omega) : \text{スカラ})$$

とする。まず S. Mizohata [17] [16], K. Kajitani [6] により、 $a_{\alpha j} \in A(\Omega)$ の仮定の下に (K. Kajitani は $a_{\alpha j} \in C^\infty(\Omega)$ の場合も扱っている)

(f) (1) Ω C^∞ well posed

$\Rightarrow V=1$ かつ $p_m(t, x, \lambda, \xi) = 0$ の λ に関する根 N $(t, x, \xi) \in \Omega \times \mathbb{R}^d$ に対してすべて実である。

$$p_m = \lambda^m + \sum_{\substack{|\alpha| \leq m \\ 1 \leq j \leq m}} a_{\alpha j}(t, x) \xi^\alpha \lambda^{m-j},$$

が得られている。完全な Levi 条件 は、まだ得られて

ない。ここでは下の仮定のもとに結果をまとめる。
(H. Flaschka and G. Strang [5], J. Chazarin [3], S. Mizohata [8])

(a.1) $p_m = 0$ の λ に関する根 $\lambda_j(t, x, \xi)$ が $\Omega \times (\mathbb{R}^d \setminus \{0\})$ 上一定の多重度 m_j を持つ ($\sum_{j=1}^d m_j = m$)

(a.1) の下には、 $P(t, x, D_t, D_x)$ は下のように分解できる。
(H. Kumano-go [1])

$$(2) \quad P = \prod_{j=1}^{od} P_j(t, x, D_t, D_x), \quad P_j = (D_t - \lambda_j(t, x, D_x))^{m_j} + \sum_{k=1}^{m_j} b_k^j(t, x, D_x) \cdot (D_t - \lambda_j)^{m_j-k}$$

ord $b_k^j \leq k-1$,

::: は作用素の積を表す。::: を用いて
単独高階の場合の Levi 条件は (a.1) の下は

$$(2) \quad (f) \quad \text{true ord } b_k^j \leq 0.$$

となる。::: は $\text{true ord } b = \mu$ とは $\lim_{|z| \rightarrow \infty} b(t, x, |z|z')/|z|^\mu$ が
各 $(t, x, z') \in \Omega \times S^{2l-1}$ に対して 有限かつ $\neq 0$ である。

一方、系の場合 (f) に対応する結果も (a.1) に当てる仮定の下での (2) に対応する結果も未解決であった。後者については V.M. Petkov [19], [20], H. Yamahara [25], Y. Demay [4], W. Matsumoto [12], J. Vaillant [22], [23], [24] etc. があるが、いずれも特性根の多重度を限るか、あるいは主要部の Jordan 構造に仮定を置くものである。::: では、::: のような構造上の仮定を置くかわりに係数の解析性を仮定する。Ω で実解析的関数の全体を $\mathcal{A}(\Omega)$ とかく。後で必要になるので、複素領域 $\hat{\Omega}$ での正則関数の全体を $\mathcal{H}(\hat{\Omega})$ 、有理型関数の全体を $\mathcal{M}(\hat{\Omega})$ とかく ::: にしておく。

$$(A.0) \quad A_\alpha(t, x) \in \text{Mat}(N; \mathcal{A}(\Omega)) \quad (|\alpha| \leq \nu).$$

我々の結果を記述する為に言葉を用意しよう。

$$\|z\| = \sqrt{|\text{Re } z|^2 + |\text{Im } z|^2} \quad \text{とかく。 } W \times \Gamma \subset \mathbb{C}_{t,x}^{H,l} \times \mathbb{C}_\xi^p$$

が conic とは $\{(t, x, \xi) \in W \times \Gamma \Rightarrow \forall \rho > 0 \quad (t, x, \rho\xi) \in W \times \Gamma\}$ のことである。又、 $\tilde{W} \subset W \times \Gamma$ が conically compact in

$\omega \times \Gamma$ とは $\tilde{\omega} \cap \{\|\Xi\|=1\}$ かつ $\omega \times \Gamma \cap \{\|\Xi\|=1\}$ が compact となるようにとてある。 $\omega \times \Gamma \subset \mathbb{C}^{1+l} \times \underbrace{\mathbb{C}^l}_{\text{が conic}}$ としよう。

定義 3 (Meromorphic formal symbol)

形式和 $a(t, x, \Xi) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i(t, x, \Xi)$ かつ 下の (3), (4) を満たす時 $a(t, x, \Xi)$ を $\omega \times \Gamma$ における κ -次の meromorphic formal symbol とする。

(3) $\omega \times \Gamma$ の analytic set (ある正則関数 $\neq 0$ の零点集合) と実数 κ があり、 $a_i \in M(\omega \times \Gamma) \cap \mathcal{H}(\omega \times \Gamma \setminus \Sigma)$ かつ a_i は Ξ について $\kappa-i$ 次正斉次。 ($i \in \mathbb{Z}_+$)

(4) $\omega \times \Gamma \setminus \Sigma$ の任意の conically compact subset $\tilde{\omega}$ に対して ある $C > 0, R > 0$ があり、

$$|a_i(t, x, \Xi)| \leq C R^i [! \|\Xi\|^{\kappa-i} \quad \text{on } \tilde{\omega} \quad (i \in \mathbb{Z}_+)$$

が成り立つ。

定義 4. (Holomorphic formal symbol)

$a(t, x, \Xi)$ が $\omega \times \Gamma$ において $\Sigma = \emptyset$ の meromorphic formal symbol の時 $\omega \times \Gamma$ における holomorphic formal symbol とする。

κ -次の $\omega \times \Gamma$ 上の meromorphic formal symbol (= m.f.s) の全体を S_M^κ , κ -次の $\omega \times \Gamma$ 上の holomorphic formal symbol の全体を $S_M^{\kappa,*}$ とかく。又、 $S_M = \bigcup_{\kappa} S_M^{\kappa,*}$ (= h.f.s.)

等とおく。 S_M における積を定義しよう。 $a = \sum a_i$, $b = \sum b_i$ とす。

$$(5) \quad a \cdot b = \sum_{i=0}^{\infty} c_i, \quad c_i = \sum_{j+k+|k|=i} \frac{1}{\alpha!} a_j^{(k)}(t, x, \tau) b_{k(\alpha)}(t, x, \tau)$$

を定義する。 $\alpha = 1$ に $a^{(k)} = \left(\frac{\partial}{\partial \xi}\right)^k a$, $a_{k(\alpha)} = D_x^\alpha a$ である。

通常の和と \cdot の積で $S_M(W \times F)$ は非可換体,

$S_H(W \times F)$ は $S_M(W \times F)$ の部分環となる。

$a = \sum a_i \in S_M^K$ において $0 \leq i < i_0$ のとき $a_i \equiv 0$, $a_{i_0} \neq 0$ ならば $K - i_0$ を a の true order, a_{i_0} を a の true principal part (= t.p.p.) と呼ぶ。

また、 τ は τ の dual 変数 τ も含んで meromorphic formal symbol $p(t, x, \tau, \xi)$ とする。

τ の全体を \bar{S}_M とする。 true order, true p.p. 等の定義は同様である。 $\dot{S}_M^K = \{p \in \bar{S}_M^K : p \text{ が } K \text{ 次正斉次}\}$, $\dot{S}_M = \bigcup_K \dot{S}_M^K$

とある。 \dot{S}_M に通常の積を与えると $\dot{S}_M \setminus \{0\}$ は可換乘法群となる。 $p \in \bar{S}_M$ に対してその true p.p. p_{i_0} を対応させる射像 π

$$(6) \quad \begin{array}{ccc} \pi : \bar{S}_M \setminus \{0\} & \longrightarrow & \dot{S}_M \setminus \{0\} \\ \downarrow p & \longmapsto & \downarrow p_{i_0} = \pi(p) \end{array}$$

は非可換乘法群から可換乘法群への群の準同型

である。この π を用ゐれば E. Artin [1] の手帳で $\text{Mat}(N; \bar{S}_M)$ の元 $P(t, x, \tau, \xi)$ に行列式を定義できる。これを $\det_M P$ とかきう。これは M. Sato-M. Kashiwara [21] の行列式に対象が共通な限り一致する。特に P が微分作用素ならば、 $\det_M P$ は正則函数を係数 正則函数を係数に持つ に持つ τ と ξ の齊次多項式となる。

単独高階の場合の (2) に対応する P の分解を与えよう。

order の尺度として ξ_j ($1 \leq j \leq l$) の 1 つをとる。ここでは ξ_1 としておく。従って形式的に $\xi_1 = 0$ も pole set Σ に入れておく。(例えば $\xi_1 \xi_2 = (\xi_2/\xi_1) \xi_1^2$ と 0 次正齊次部分と ξ_1 の中に分離して考える。)

Theorem 0. (W. Matsumoto [13].)

$$P = I_N D_t + A(t, x, \xi), \quad A \in S_M^V$$

において $A_0(t, x, \xi)$ の固有値 $\lambda_j(t, x, \xi) \in \overset{\circ}{S}_{(1 \leq j \leq d)}^V$ が $(t, x, \xi) \in \omega \times \Gamma \subset \mathbb{C}_{t,x}^{1+l} \times \mathbb{C}_\xi^l \setminus \{0\}$ において一定の多重度 m_j を持つ holomorphic function ($\bar{u} \in \overset{\circ}{S}_R^V$) とする。 ($\sum_{j=1}^d m_j = N$)

このとき $N(t, x, \Xi) \in GL(N; S_M)$, $\{\delta_j\}_{1 \leq j \leq d}$,
 $\{n_{jk}\}_{1 \leq k \leq \delta_j, 1 \leq j \leq d}$ ($\delta_j \in \mathbb{N}$, $n_{jk} \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^{\delta_j} n_{jk} = m_j$) なる

あって

$$(7) \quad \tilde{P} \equiv N^{-1} \cdot P \cdot N = \bigoplus_{1 \leq j \leq d} \bigoplus_{1 \leq k \leq \delta_j} P^{jk}(t, x, D_t, \Xi)$$

$$P^{jk} = (D_t - \lambda_j(t, x, \Xi)) I_{n_{jk}} - B^{jk}(t, x, \Xi)$$

$$B^{jk} = \sum_{i=0}^{\infty} B_i^{jk}, \quad B_i^{jk} \in \text{Mat}(n_{jk}; S_M^{\nu-i})$$

$$B_0^{jk} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & & \\ & \ddots & \ddots & \\ & & 1 & \\ & & & 0 \end{pmatrix} \Xi_1^{\nu},$$

$$B_i^{jk} = \begin{pmatrix} 0 & & \\ b_i^{jk}(1) & \dots & b_i^{jk}(n_{jk}) \end{pmatrix}, \quad (i \geq 1).$$

と Jordan 標準形の主要部と Sylvester 型の
 低階に相似変換できる。この N と P^{jk} を構成
 するアルゴリズムがある。

この定理を我々の目的に使用できるように言
 ねる。

定義 5. (μ 次の M -基底)

$P(t, x, D_t, \Xi) = I_N D_t - A(t, x, \Xi)$, $A \in S_M^{\nu}$
 に対して. N 次元ベクトル $\{v_h^{jk}\}_{1 \leq h \leq n_{jk}, 1 \leq k \leq \delta_j, 1 \leq j \leq d}$, $v_h^{jk} \in S_M$
 が

$$(8) \quad P \cdot v_h^{jk} \Big|_{D_t=0} + v_{h+1}^{jk} \Xi_1^{\mu} = -b^{jk}(h) \cdot v_1^{jk}, \quad b^{jk}(h) \in S_M^{\mu-1},$$

を満たし、 S_M 上の右ベクトル空間の基底となる時
 P の $\{\lambda_j\}_{1 \leq j \leq d}$ に属する μ 次の M -基底という。

Th.0 は しかるべき仮定の下に P が A_0 の
 固有値に属する ν 次の M 基底を持つことを主張
 している。

Remark. M 基底に於ける $\{\delta_j\}$ も $\{n_{j,k}\}$ も不変
 量ではない。

例. $P = I_3 D_t - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 \\ & & 0 \end{pmatrix} \xi_1^\nu + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \xi_1^{\nu'}$
 ($\nu > \nu'$, $b = \text{定数}$)

$d = 1$, $\lambda_1 = 0$ である。

1) $\delta_1 = 2$, $n_{11} = 2$, $n_{12} = 1$ の場合.

すなわち $\nu_1^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\nu_2^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\nu_1^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2) $\delta_1 = 1$, $n_{11} = 3$ の場合

すなわち $\nu_1^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1/b \end{pmatrix}$, $\nu_2^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\nu_3^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \xi_1^{\nu - \nu'}$.

系における (f) に対応する結果を述べよう。

定義 6. (Hyperbolic polynomial)

t と x の齊次多項式 $g(t, x, \tau, \xi)$ が τ について Kowalevskian polynomial であつ $g=0$ の τ に関する根がすべて $\Omega \times \mathbb{R}_\xi^l$ 上実数のとき g は hyperbolic polynomial といふ。

定義 7. (Hyperbolic system)

系 $Q(t, x, D_t, \xi)$ において $\det_M Q$ が hyperbolic polynomial の時 Q は hyperbolic system といふ。(特に (1) の P の type で $\nu=1$ ならば $\det_M P = \det P_0$ である。 P_0 は P の ν 階部分)

Theorem 1. (A.0) を仮定する。(1) が Ω において未来に (又は過去に) C^∞ well posed ならば。下の同値な (F)₁ ~ (F)₃ が成り立つ。

(F)₁ $\det_M P$ が hyperbolic polynomial である。

(F)₂ P が S_M における相似変換で 1 階 hyperbolic system に変換される。

(F)₃ $\nu > 1$ のとき $A_0 = \sum_{|\alpha|=\nu} A_\alpha(t, x) \xi^\alpha$ が巾零 (従つて Th0 が適用できる) かつ P の標準形 \tilde{P} in Th0 に

おいて

$$(9) \quad \text{true ord } b^{jk}(h) \leq 1 - (v-1)(n_{jk}-h) \quad (1 \leq h \leq n_{jk})$$

が成り立つ。更に

$$(10) \quad \det_M \tilde{P} \equiv \tau^{n_{jk}} - \sum_{h=1}^{n_{jk}} b^{jk}(h) \tau_1^{(v-1)(n_{jk}-h)} \tau^{h-1} = 0$$

の τ に関する根がすべて $\Omega \times \mathbb{R}^l$ 上定数である。

"(1) が C^∞ w.p. $\Rightarrow A_0$: 中零, (9)" は共に S. Mizohata [17], K. Kajitani [6] と同様に示せる。"(1) が C^∞ w.p. $\Rightarrow (10)$ " は S. Mizohata [16] と同様に示せる。又 "(F)₃ \Rightarrow (F)₂ \Rightarrow (F)₁ \Rightarrow (F)₃" は明らかである。

さて、系において (A.1) に対応する仮定を導入しよう。

$$(A.1) \quad \det_M P = 0 \text{ の } (t, x, \tau, \tau_1) \in \Omega \times (\mathbb{R}_{\tau, \tau_1}^{1+l} \setminus \{0\})$$

における零点が各連結成分上多重度一定である。

(F)₃ \oplus (A.1) により、 \tilde{P} が 1 階 system に変換せん更に再び Th 0 の仮定を満たす。すなわち P は 1 次の M -基底を持つことになる。=れこ (F)₃ におけるものと区別する為にすべての量に \sim をつけるとと

43. (A.0) (A.1) の下は P に対する Levi 条件を与えよう。

Theorem 2. (A.0), (A.1) を仮定する。下の同値な $(L)_1, (L)_2$ が P に対する Levi 条件である。

$(L)_1$ P が S_M における相似変換で主要部が対角の 1 階双曲系に変換される。

$(L)_2$ P が 1 次の M -基底を持つ。更に

$$(11) \quad \text{true ord } \tilde{b}^{jk}(h) \leq -(\tilde{n}_{jk} - h) \quad (1 \leq h \leq \tilde{n}_{jk} - 1)$$

が成り立つ。

Remark 1. 49 の Remark にもおなじく (9) や (11) の条件は全体として M -基底のとり方に依らない不変量である。

Remark 2. Th 2 において、 $C^\infty \text{ w.p.} \Rightarrow (L)_1, (L)_2$ が出るのは未来 \wedge (又は過去 \wedge) の $C^\infty \text{ w.p.}$ だけでよい。逆に $(L)_1$ の $(L)_2$ からは未来 \wedge も過去 \wedge も (1) が $C^\infty \text{ w.p.}$ となることから従う。

Remark 3. Th 1 の結果が成り立つ為に係数の解析性は不必要のように思われるが、証明されている。

一方 Th2 に関しては、下の例に見るように係数の解析性を無条件にほずすわけにはいかない。

例

$$P = I_3 D_t - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} D_x - \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu(t) \\ \nu(t) & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

① $\mu(t)\nu(t) \equiv 0$

特: $s_1 > s'_1 > t_1 > t'_1 > s_2 > s'_2 > t_2 > t'_2 > \dots$

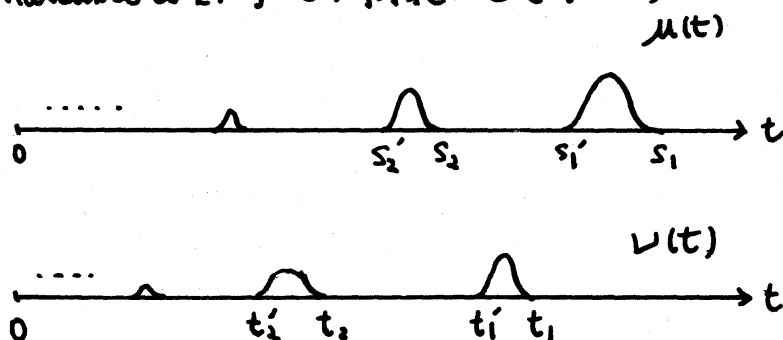
かつあって

$$\text{Supp } \mu = \{0\} \cup \bigcup_{i=1}^{\infty} [s'_i, s_i],$$

$$\text{Supp } \nu = \{0\} \cup \bigcup_{i=1}^{\infty} [t'_i, t_i],$$

② $\mu(t) \geq 0, \nu(t) \geq 0, \mu, \nu \in C^\infty(\mathbb{R})$

なるば P に対する初期値問題は $(0, x_0)$ において未来に C^∞ well posed である。 ($\forall x_0 \in \mathbb{R}$)
(W. Matsumoto [12] と同様に示せる)



Th2 の証明の方針.

"(1) が C^∞ w.p. $\Rightarrow (L)_2$ " は単独高階のと互と同じに証明される。 " $(L)_2 \Rightarrow (L)_1$ " は明か。したがって " $(L)_1 \Rightarrow (1)$ が C^∞ w.p." を示せばよい。

$\exists \tilde{\Omega} : \Omega$ の complex nbd , $P_\varepsilon = \{\zeta \in \mathbb{C}^l ; |\operatorname{Im} \zeta| < \varepsilon |\operatorname{Re} \zeta|\}$
 $(\exists \varepsilon > 0)$ とする。以下 $\tilde{\Omega} \times P_\varepsilon$ で考える。

Step 1. W. Matsumoto and H. Yamahara [15] と同様に
 して、(1) の \ast 形式的な基本解を

$$(12) \quad u = \sum_{h=0}^{\infty} t^h u_h(t, x, \zeta) / h! \quad (\text{形式的な中級数})$$

の形で求める。 $\{u_h\}$ は S_M で unique に定まり、

ある $K_0 \geq 0$ があり、 $u_h \in \underline{S}_H^{h+K_0}$ である。上の級数は収束する。

Step 2. (A.1) の仮定 $(\oplus (F)_2)$ により、 $\det_M P =$
 $= \prod_{j=1}^d (t - \lambda_j(t, x, \zeta))^{m_j}$, $\lambda_j \neq \lambda_{j'}$ on $\tilde{\Omega} \times P_\varepsilon$ if $j \neq j'$,
 $\lambda_j \in \dot{S}_H^1(\tilde{\Omega} \times P_\varepsilon)$, $\lambda_j : \text{real on } \Omega \times \mathbb{R}^l$ とする。従って
 λ_j の phase function $\phi_j(t, x, \zeta)$ は $\dot{S}_H^1(\tilde{\Omega} \times P_\varepsilon)$ にお
 ける。一方相似変換で 1 階主部対角双曲系に
 変換されることから $N \circ u = \bigoplus_{j,k} u_{jk}$ とすると

$$(13) \quad I_{n_{jk}}(D_t - \lambda_j(t, x, \zeta)) u_{jk} - C(t, x, \zeta) u_{jk} = 0 ,$$

$$C \in \operatorname{Mat}(n_{jk}; S_M^0)$$

が成り立つ。

ここで、 u_{jk} は Fourier

積分作用素の形

$$(14) \quad u_{jk} = a_{jk}(t, x, \zeta) e^{i\phi_j(t, x, \zeta)}$$

に書き直す。(この時 a_{jk} , ϕ_j 共に t の中級数:
 前者は形式的、後者は収束、を表し t の形式的な中級数と

して扱う。

Step 3. $a_{jk}(t, x, \xi)$ の満たすバエ方程式は
1階常微分方程式となるから

$$(15) \quad a_{jk} = \sum_{h=0}^{\infty} t^h a_{jkh}(x, \xi)$$

において $a_{jkh} \in S_M^{K_0'}$ (K_0' : 定数)
となる。(H. Kumano-go [11] 参照.)

Step 4.

一方 (12) の u も $\sum_{j=1}^d u^j e^{i\phi_j}$ の形にかけ
から. すると $N \circ \oplus a_{jk} e^{i\phi_j}$ と比較して (const.
の評価も含めて.

$$(16) \quad u^j = \sum_{h=0}^{\infty} t^h u_h^j(x, \xi)$$

において.

$$(17) \quad |u_h^j(x, \xi)| \leq C R^h h! \|\xi\|^{K_0 + K_0'}$$

を得る。

以上より. (1) は C_0^∞ に作用する Fourier 積分
作用素の symbol を (t_0, x_0) の近傍で持つ。

これより. $\varphi_{\wedge}^{t, f}$ を cut off しておけば有限伝播性と
あわせて (1) の解を局所的に得ることがでる。

Q.E.D.

References

- [1] E. Artin ; Geometric algebra , Chap. 4 .
Interscience Publishers (1957).
- [2] L. Boutet de Monvel and P. Krée ; Ann. Inst.
Fourier Grenoble, 17 (1) (1967) 295-323,
- [3] J. Chazarin ; Ann. Inst. Fourier Grenoble, 24(1)
(1974) 173-202
- [4] Y. Demay ; J. Math. Pure Appl., 56 (1977) 393-422.
- [5] H. Flaschka and G. Strang ; Adv. Math. 6 (3) (1971)
347-379
- [6] K. Kajitani ; Comm. PDE 4 (6) (1979) 595-608,
- [7] H. Komatsu ; Proc. Japan Acad. 55 SerA (1979), 69-72,
- [8] ————— : Proc. Japan Acad. 56 SerA (1980), 137-142,
- [9] ————— : Ultradistributions IV (to appear).
- [10] H. Kumano-go ; Proc. Japan Acad. 52 (9) (1976), 480-483.
- [11] ————— : Pseudo-differential operators, Chap 10.
The MIT Press (1981)
- [12] W. Matsumoto ; J. Math. Kyoto U. 21 (1) & (2) (1981)
47-84 & 251-271
- [13] ————— : Normal form of systems of partial

and pseudo differential operators in formal symbol classes, (to appear in J. Math. Kyoto U.)

- [14] ——— : Levi condition for general systems (to appear),
- [15] W. Matsumoto and H. Yamahara : Proc. Japan Acad. 67, Ser A (6) (1991) 181-185.
- [16] S. Mizohata : J. Math. Kyoto U. 1(1) (1961) 109-127.
- [17] ——— : Israel J. Math. 13 (1972), 173-187,
- [18] ——— : Calcul d'opérat. front d'ondes, Travaux en cours (ed. J. Vaillant) Hermann 29 (1988) 39-64.
- [19] V.M. Petkov : Dokl. Acad. Nauk. SSSR, 209 (4) 1973 795-797 (Russian)
- [20] ——— : Trudy Mosc. Mat. Obs. 37 (1978) 3-47
- [21] M. Sato and M. Kashiwara : Proc. Japan Acad. 51 Ser A (1975) 17-19
- [22] J. Vaillant : Proc. conf. hyperbolic eq. Univ. Pisa, Longman Sci. and Tech. (1988)
- [23] ——— : Bull. Sci. Math. 114 (3) (1990) 243-328
- [24] ——— : Opérateurs de multiplicité constante, (to appear)
- [25] H. Yamahara : Publ. RIMS Kyoto U. 12(2) (1976) 493-572.